

## Predicciones numéricas de los efectos de la viscoelasticidad de los polímeros sobre la lubricación de las prótesis de rodilla

Marcelo E. Berli<sup>a</sup>, Diego M. Campana<sup>a,b</sup>, Sebastián Ubal<sup>a,b</sup> y José Di Paolo<sup>a</sup>

AUTORES: **a.** Grupo de Biomecánica Computacional, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Entre Ríos, Ruta 1, Km 10, C.C. 47 - Suc. 3 - 3100, Oro Verde, Entre Ríos, Argentina, <http://www.bioingenieria.edu.ar/grupos/biomecompu/index.html>

**b.** Grupo Flujo de Fluidos con Superficies Libres y Dinámica Interfacial, INTEC, CONICET, Güemes 3450, 3100, Santa Fe, Argentina.

CONTACTO: [jdipaolo@bioingenieria.edu.ar](mailto:jdipaolo@bioingenieria.edu.ar)

### Resumen

El desgaste del polietileno de las prótesis de rodilla, es reconocido como el principal problema limitante en la duración de estos implantes. La dificultad de realizar mediciones in vivo de las variables que influyen sobre el desgaste en la zona de contacto, motivó el estudio numérico de modelos teóricos. Trabajos anteriores se centraron en el estudio de las variables hidrodinámicas mostrando una optimización en la lubricación de la junta ante la presencia de un material elástico de baja rigidez. No obstante, los materiales poliméricos en general son viscoelásticos, pudiendo esta característica modificar las predicciones previas. En este trabajo se presenta un modelo de lubricación de una prótesis de rodilla compuesta por un componente femoral metálico y un componente tibial conteniendo en su superficie un material viscoelástico lineal. Los resultados muestran que los espesores lubricantes sufren modificaciones de considerable magnitud al comparar los resultados de modelos elásticos previos con el propuesto en este trabajo. Luego, se extraen conclusiones dirigidas a la optimización de la lubricación del implante a través de una hipotética capacidad de exudación del material adherido al componente tibial.

**Palabras clave:** Prótesis de rodilla, viscoelasticidad, elementos finitos, desgaste.

### Numerical predictions of the effects of polymers viscoelasticity on the lubrication of knee prostheses

#### Abstrac

Polyethylene wear of the tibial component is recognized as the main problem limiting the duration of these implants. The difficulty of in vivo measurements of the variables that influence wear, has motivated the numerical study of theoretical models. Previous works focused on studying the lubricant film thickness, the pressure field and friction coefficient in the contact zone of the prosthesis, showing an optimization of the joint lubrication with the presence of a low rigidity elastic material. However, polymeric materials currently used or under investigation are viscoelastic. This feature can modify previous predictions. In this work we present a model of lubrication of a knee prosthesis comprising a metal femoral component and a tibial component containing a linear viscoelastic material on the articular surface. The results obtained by a numerical technique based on finite elements, show that film thicknesses are considerably affected by viscoelasticity when comparing the results of this work with previous elastic

models predictions. Then, conclusions are drawn directed to the optimization of lubrication through an exudation capacity of a hypothetical material adhered to the tibial component.

**Key words:** Knee prostheses, viscoelasticity, finite element, wear.

## 1. Introducción

Cuando la articulación de la rodilla se desgasta o se destruye severamente, hay que recurrir a una sustitución de la superficie afectada para devolverle al paciente la movilidad con un mínimo de restricciones. En la actualidad, esto se soluciona reemplazando la articulación dañada por una prótesis de rodilla, que consta de un componente femoral metálico y un componente tibial de base metálica y superficie polimérica (polietileno de ultra alto peso molecular (PUAPEM)).

No obstante el beneficio de los implantes articulares, la vida útil de los mismos no supera los 15 años (Comín, 1999; Di Paolo et al., 2006). En personas jóvenes y/o con un alto grado de actividad, esto puede devenir en nuevas intervenciones para sustituir el reemplazo deteriorado, lo cual deriva en padecimientos psico-físicos de importancia. Entre las causas más importantes de la falla a largo plazo se encuentran el desgaste del PUAPEM, cuyas partículas permanecen en la articulación desencadenando un proceso inmunológico que repercute en el aflojamiento de los componentes (Comín, 1999; Flannery et al., 2008; Zhao et al., 2008; Kurtz et al., 1999; Schole et al., 2007; Dowson, 1990). Adicionalmente, en las últimas dos décadas se registró un gran incremento a nivel mundial en la colocación de prótesis totales de rodilla. Como ejemplo se puede citar que la cifra anual de reemplazos en Estados Unidos supera las 500.000 prótesis (Brandi, 2009). Es fundamental entonces que se puedan desarrollar nuevos materiales u optimizar los ya existentes para que las prótesis de las que forman parte sean más duraderas.

Los primeros antecedentes de estudios teóricos de articulaciones humanas fueron presentados por Dowson (1977) y Dowson et al. (1990, 1992), quienes aplicaron la teoría de lubricación al análisis de los espesores lubricantes y las presiones del fluido en la zona de contacto de una junta sinovial. El modelo se basa en la teoría de lubricación elastohidrodinámica para la cual los cartílagos articulares fueron considerados como sólido elásticos lineales y el líquido sinovial como fluido Newtoniano. Sus resultados muestran que los materiales elastoméricos favorecen la formación de una película de fluido lubricante de suficiente espesor como para evitar el contacto directo entre los materiales.

En posteriores trabajos, Corvalán et al. (1999) analizaron el problema de lubricación elastohidrodinámica de una junta sinovial con fluido Newtoniano y material poro-elástico. Estos trabajos mostraron que la capacidad del cartílago articular para exudar y absorber fluido a través de una estructura porosa, constituye una de las principales causas de los bajos coeficientes de fricción de las articulaciones naturales. Luego, mediante un modelo computacional de lubricación con fluido sinovial no Newtoniano aplicado a prótesis de rodilla, Di Paolo et al. (2006) mostraron que la característica pseudoplástica del líquido sinovial (Halaváček et al., 1993) contribuye a reducir el coeficiente de fricción sobre el componente tibial ante un estrechamiento de la película lubricante. El mismo trabajo predice que un material de baja rigidez y poroso reduciría las tensiones sobre el componente tibial (causantes de la fatiga) y aumentaría los espesores de la película lubricante alejando la posibilidad de un contacto directo. Si bien se concluye que estas ventajas no pueden ser aprovechadas con la utilización del PUAPEM por su elevada rigidez y su carencia de porosidad, las propuestas de modificación del material o de su reemplazo mediante nuevos materiales poliméricos que imiten el comportamiento del cartílago natural (Stammen et al., 2001), requieren una descripción más cercana de la naturaleza viscoelástica de los mismos.

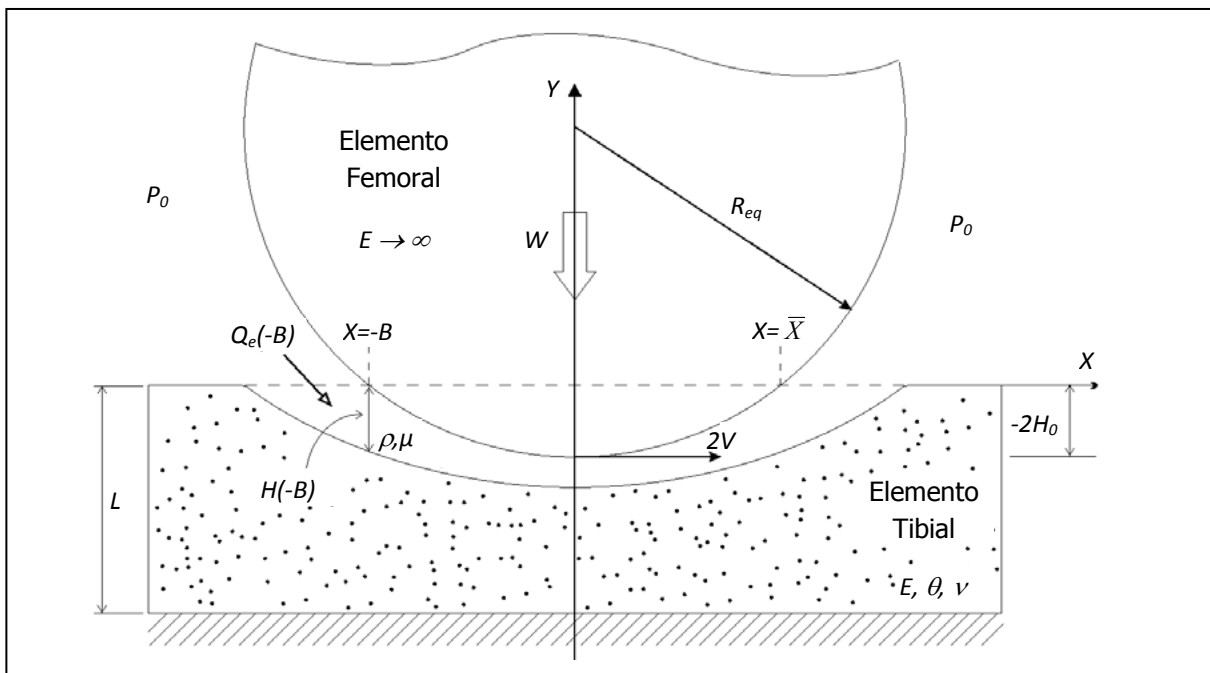
En el presente trabajo se presenta un modelo de lubricación visco-elastohidrodinámico de contacto lineal lubricado con fluido pseudoplástico aplicado a prótesis de rodilla, considerando materiales

viscoelásticos lineales adheridos al componente tibial que responden al modelo de Voigt (para el caso del PUAPEM) y/o al sólido estándar lineal (para el caso de los hidrogeles), con capacidad de exudar y absorber líquido.

Los resultados obtenidos mediante una técnica numérica basada en elementos finitos (Galerkin) están orientados a investigar dos aspectos:

- Las diferencias entre el presente modelo con materiales viscoelásticos y los resultados de trabajos previos que consideran al material deformable como elástico.
- Los beneficios que un polímero con capacidad de exudación podría conferir a las prótesis actuales.

## 2. Modelo de ecuaciones



**FIGURA 1.** Esquema de la geometría equivalente, fuera de escala para una mejor comprensión. La línea de puntos del Elemento Tibial indica la posición de su superficie en un estado indeformado, mientras que la línea curva sólida en dicha ubicación esquematiza el material deformado debido a la acción de la presión del líquido que circula por el canal.

El modelo propuesto corresponde a una prótesis supuesta, constituida por un elemento femoral metálico y un elemento tibial recubierto con un material viscoelástico poroso sin rugosidades. Se asume un movimiento en estado estacionario en el cual la junta está sujeta a la máxima carga registrada en la fase de apoyo de la marcha (tres veces el peso de una persona de 75 Kg, (Di Paolo *et al.*, 2006). Se supone además que la curvatura en sentido del eje del movimiento principal (extensión y flexión) es pequeña, lo cual se adapta a varios implantes del mercado. Bajo esta última hipótesis, el modelo equivalente está representado por un cilindro en contacto longitudinal con una superficie plana (Dowson *et al.*, 1977). Las ecuaciones que deben ser resueltas surgen de los principios de conservación aplicados al esquema de la **figura 1**. Para ello, se asumen las siguientes hipótesis simplificadoras: 1)- aproximación de lubricación ( $H(-B) \ll B$ ) y fluido incompresible; 2)- fluido no newtoniano (pseudoplástico) modelado como ley de potencia; 3)- flujo estacionario, unidireccional, laminar y Couette dominante; 4)-

componente femoral indeformable; 5)- componente tibial viscoelástico lineal en estado de deformación plana y con capacidad de exudar o absorber fluido por compactación o expansión; 6)- flujos internos (en dirección del eje de la rodilla) despreciables; 7)- zona de carga ( $\approx 2 B$ ) mucho mayor que el espesor del material deformable ( $L$ ); 8)- rugosidad superficial despreciable; 9)- temperatura constante.

Las ecuaciones de conservación junto con las hipótesis 1), 2) y 3) aplicadas al fluido, conducen a una ecuación de lubricación de Reynolds modificada, obtenida a través de un procedimiento de perturbación (Wang et al., 1987). En forma integral, dicha ecuación es la siguiente (Berli et al., 2009):

$$P(X) = 12 n \mu_0 \int_{-B}^X \left[ \frac{H(-B)}{H(X)} \right]^{n-1} \frac{VH(X) - Q_e(X)}{H(X)^3} dX \tag{1}$$

donde  $P(X)$  es la presión,  $H(X)$  y  $Q_e(X)$  son la separación de las superficies y el caudal en cada sección del canal respectivamente,  $V$  la velocidad promediada entre la velocidad tangencial del componente femoral y el tibial y  $n$  el exponente de la ley de potencia para el fluido sinovial.

Las condiciones de contorno impuestas en la ecuación (1) son las siguientes:

$$X = -B, \quad P = 0 \tag{2}$$

$$X = \bar{X}, \quad P = dP / dX = 0$$

donde  $\bar{X}$  es la ubicación a la salida del canal, cuya localización es desconocida y constituye una frontera libre del problema.

El espesor de la película lubricante es generado por la geometría indeformada de los elementos, más la deformación del material polimérico. Dicho espesor puede calcularse a través de la ecuación del canal de lubricación, la cual de acuerdo a lo expuesto resulta (Di Paolo et al., 2006):

$$H(X) = -2 H_0 + \frac{X^2}{R_q} + D(X) \tag{5}$$

donde  $2H_0$  es el entrecruzamiento entre los elementos en estado indeformado,  $R_{eq}$  el radio equivalente tal que  $1/R_{eq}$  es igual a la diferencia entre la inversa de los radios de curvatura de los componentes femoral y tibial y  $D(X)$  es el desplazamiento de la superficie tibial debido a la deformación del material en cada punto del canal. Este último ( $D(X)$ ), considerando las hipótesis 4), 5), 7), 8) y 9) es proporcional la carga actuante en cada punto (presión local) y, al ser un material viscoelástico, a la historia de cargas a la que cada punto estuvo expuesto conforme se desarrolla el movimiento. Mediante la implementación del principio de correspondencia elástico-viscoelástico (el cual permite partir de un modelo elástico previo; Christensen, 1977) se puede relacionar la dependencia temporal de la deformación con la posición de cada punto de la superficie del material. Considerando el sólido estándar lineal cuyo modelo en parámetros concentrados consta de un resorte (de módulo  $E_1$ ) en serie con un paralelo entre otro resorte (de módulo  $E_2$ ) y un amortiguador (con viscosidad  $\eta$ ), y partiendo del modelo elástico de deformación de columna (Di Paolo et al., 2006; Berli et al., 2009), mediante la aplicación del principio de correspondencia surge la siguiente expresión:

$$D(X) = L \left[ P(X) \left( \frac{1}{E''_1} + \frac{1}{E''_2} \right) - \int_{-B}^X \frac{1}{E''_2} e^{-\frac{E''_2}{\alpha V \eta''} (X-S)} \frac{dP(S)}{dS} dS \right] \tag{6}$$

donde  $L$  es el espesor del componente tibial,  $\eta'' = (4/3) \eta$  ( $\eta$ : viscosidad interna del material), y  $E'' = (1-\nu) E / [(1-2\nu)(1+\nu)]$ . En esta última expresión,  $E$  y  $\nu$  son el módulo elástico y el coeficiente de Poisson respectivamente.

Debido a que el objetivo del trabajo es explorar el efecto de la viscosidad interna del material respecto de su equivalente elástico y no la determinación de valores específicos, los resultados se exponen en función de la variación de un parámetro viscoelástico adimensional  $ND$ , cuya expresión surge de adimensionalizar el exponente de la función exponencial de la ecuación (6):

$$ND = \frac{\alpha V \eta''}{L E'' (RL)^{0.5}} \quad (7)$$

Donde  $\alpha$  es una constante que relaciona la velocidad tangencial media entre los componentes de la prótesis y la velocidad relativa del componente tibial respecto del componente femoral. En (7), una modificación de  $ND$  implicará solamente variaciones de la viscosidad del material, ya que las otras variables permanecerán constantes. Puede notarse que para  $ND=0.00$ , la ecuación (6) se transforma en el modelo elástico de deformación de columna (Di Paolo *et al.*, 2006; Berli *et al.*, 2009). Por otro lado, para el caso de  $E_t \rightarrow \infty$ , la ecuación (6) se transforma en el modelo viscoelástico de Voigt, utilizado en este trabajo para representar la deformación del PUAPEM.

La capacidad del material para exudar o absorber fluido, influirá sobre el caudal circulante por el canal de lubricación, lo cual se expresa de la siguiente manera (Di Paolo *et al.*, 2006):

$$Q_e(X) = Q_e(-B) + 2V \theta D(X) \quad (8)$$

donde  $\theta$  es denominado factor de exudación, y mide el volumen de fluido exudado-absorbido por unidad de volumen deformado del material.

La distribución de presión en el fluido soporta la carga  $w$  evitando el contacto directo entre los sólidos; esto se expresa de la siguiente manera:

$$W = \int_{-B}^{\bar{X}} P(X) dX \quad (9)$$

La fuerza de fricción sobre cada superficie lubricada se obtiene integrando en todo el dominio los esfuerzos de corte actuantes en cada punto de las superficies:

$$F_{0,H} = \int_{-B}^{\bar{X}} \tau_{0,H} dX \quad (10)$$

donde el subíndice  $0$  representa la superficie en  $Y=0$  (superficie articular del elemento tibial) y  $H$ , la superficie en  $Y=H$  (superficie articular del elemento femoral).

Finalmente, el coeficiente de fricción hidrodinámico en cada superficie, se define como:

$$\phi_{0,\zeta} = \frac{F_{0,H}}{W} \quad (11)$$

### 3. Técnica de solución

El fuerte acoplamiento que existe entre la presión del fluido y la deformación, y el desconocimiento del dominio donde las ecuaciones deben ser resueltas, son las principales dificultades para resolver analíticamente las ecuaciones. En este trabajo, se utilizó una técnica computacional basada en:

- Discretización de las ecuaciones por el método de Elementos Finitos a través de la formulación de Galerkin, utilizando funciones de prueba lineales.
- Solución simultánea de las ecuaciones por el método de Newton, involucrando la determinación del dominio del problema en cada iteración.
- Discretización adaptable en función de cada nueva posición de la frontera libre y de la distribución nodal inicial.
- Proceso de continuación paramétrica con control del paso del parámetro.

Para el manejo de la frontera libre y de la discretización nodal se utilizó una aplicación unidimensional del método de los spines creado para la localización de superficies libres. El algoritmo computacional fue programado en lenguaje FORTRAN y puede ser ejecutado eficientemente en computadoras personales. El mismo fue preparado de manera que las únicas incógnitas a resolver fueran: la presión en cada nodo, el entrecruzamiento ( $-2H_0$ ), el caudal de ingreso al canal ( $Q_0(-B)$ ) y la posición de la frontera libre; es decir que para  $NN$  nodos seleccionados en el dominio de solución, habrá  $NN+3$  incógnitas a resolver.

Generalmente, hasta alcanzar el valor de carga deseado, es necesario realizar varios procesos de continuación paramétrica ya que a medida que aumenta la carga las superficies se acercan cada vez más, las dimensiones del canal se tornan muy pequeñas y el programa se detiene por falta de convergencia. Esto se debe a que en la ecuación de Reynolds hay una dependencia con  $1/H^3(X)$  y esto perjudica a la convergencia para valores de  $H(X) \ll 1$ . Similares dificultades se han encontrado al variar el parámetro viscoelástico  $ND$ , ya que como se verá en los resultados, los canales se tornan muy estrechos comprometiendo la convergencia del programa, motivo por el cual para algunos casos no se pudieron obtener resultados para valores elevados de  $ND$ .

El valor del exponente de viscosidad  $n$  de 0.60 fue seleccionado en base a trabajos anteriores (Di Paolo *et al.*, 2006), y puede representar el comportamiento reológico del fluido sinovial extraído de una articulación con artrosis (Dowson, 1990). Por otro lado, al estudiar la respuesta de la junta artificial para el sólido estándar lineal, surge el inconveniente de que el modelo contiene 3 parámetros que deben determinarse, lo cual dificulta la elección de los mismos al carecer de datos experimentales. Para el caso del modelo de Voigt, debido a que  $E_1 \rightarrow \infty$ , se puede fijar el valor del módulo elástico  $E_2$  y dejar como parámetro en el proceso de continuación paramétrica la viscosidad del material (a través del parámetro  $ND$ ). En este caso (modelo SEL), se puede fijar el valor del módulo elástico de un solo resorte (por ejemplo  $E_1$ ), quedando otros dos parámetros para ser explorados mediante continuación paramétrica, lo cual arrojaría un volumen de resultados de poca utilidad para la aplicación práctica que se intentan dar a estos resultados. En este trabajo se seleccionará el módulo elástico de ambos resortes ( $E_1$  y  $E_2$ ) de manera tal que cuando el amortiguador tenga viscosidad cero, el módulo elástico equivalente del conjunto ( $E_{eq}$ ) definido como  $1/E_{eq} = 1/E_1 + 1/E_2$ , sea el valor que hemos considerado en el trabajo para el material de baja rigidez (20.0 MPa). En todo el rango de variación del parámetro  $ND$ , para  $\eta''=0.00$  ( $ND=0.00$ ), actúan los dos resortes en serie con un módulo elástico aparente de valor  $E_{eq}$ , el cual se asemeja al modelo elástico de columna, mientras que para  $\eta'' \rightarrow \infty$  ( $ND \rightarrow \infty$ ), actúa solamente el resorte individual (resorte con módulo  $E_1$ ), en cuyo caso también se recuperaría un modelo elástico con módulo  $E_1$ . De esta manera, para que  $E_{eq}$  sea por ejemplo 20.0 MPa cuando  $ND=0.00$ , una combinación posible de módulos elásticos sería  $E_1=E_2=40.0$  Mpa. Cabe aclarar que la denominación de resorte se utiliza para una mejor interpretación sobre un modelo de parámetros concentrados.

DENOMINACIÓN	SÍMBOLO	MAGNITUD
Radio del cilindro equivalente	$R_{eq}$	0.700 m
Velocidad tangencial media de las superficies en contacto	$V$	$1.91 \cdot 10^{-2}$ m/s
Viscosidad del fluido sinovial a la entrada del canal	$\mu(-B) = \mu_0$	1.00 Pa s
Exponente de viscosidad del fluido lubricante	$n$	0.60
Coefficiente de Poisson del material deformable	$\nu$	0.40
Espesor del material deformable	$L$	$1.00 \cdot 10^{-3}$ m
Posición de ingreso a la zona de contacto lubricado	$B$	$3.97 \cdot 10^{-2}$ m
Carga sobre el contacto	$W$	$7.36 \cdot 10^4$ N/m

**TABLA I.** Parámetros físicos y operativos de una prótesis de rodilla implantada.

Para el análisis de los resultados, se tuvieron en cuenta los datos bibliográficos del acabado superficial para los componentes de las prótesis actuales. La superficie articular del polímero puede presentar rugosidades que varían entre  $20 \mu\text{m}$  y  $36 \mu\text{m}$ , mientras que se pueden lograr acabados superficiales del metal con rugosidades de  $0.02 \mu\text{m}$  (Pappas et al., 1987). Se considera que hay contacto cuando los espesores lubricantes (distancia entre los sólidos) es menor a la suma algebraica de las rugosidades mencionadas. Estos datos serán utilizados para predecir si el implante puede funcionar libre de contacto directo (lubricación de película completa), o en régimen de lubricación mixta que consta de zonas de contacto directo y zonas con fluido interpuesto entre las superficies. Los valores de las magnitudes características fueron tomados de los parámetros físicos y operativos de una rodilla normal y se listan en la **tabla I** (Di Paolo et al., 2006; Berli et al., 2009).

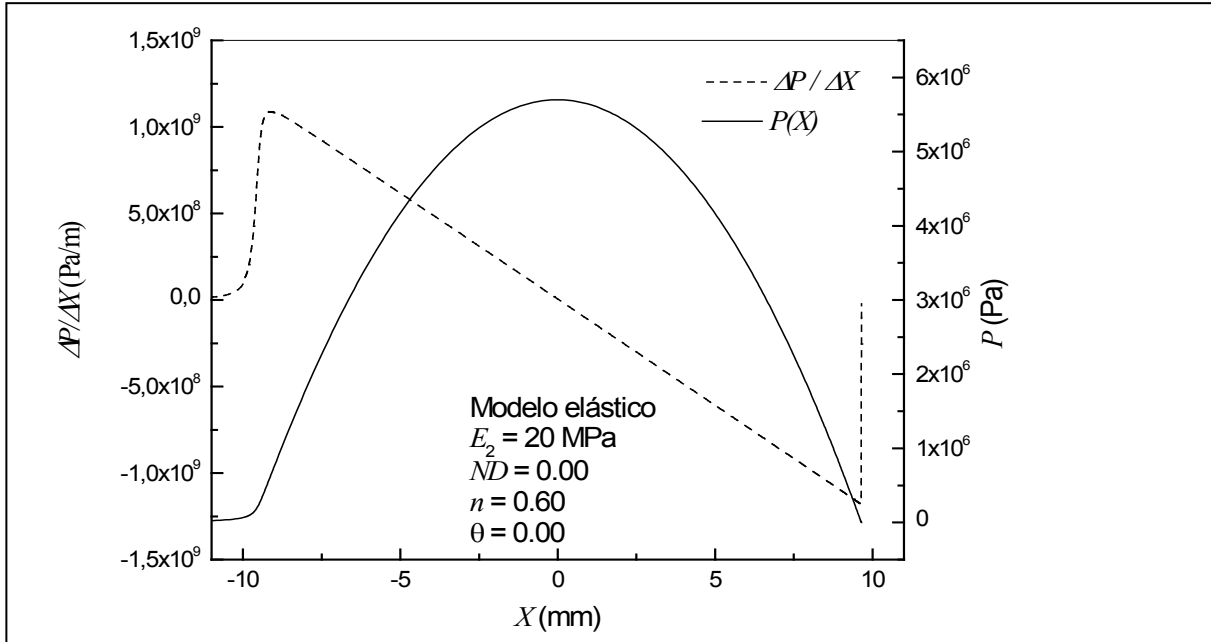
#### 4. Resultados

En la sección 4.1, se considerará el modelo de Voigt con módulos elásticos  $E_1 \rightarrow \infty$  y  $E_2 = 20$  MPa debido a que esta combinación permite visualizar más claramente las modificaciones que experimentan los resultados para un modelo viscoelástico respecto de los modelos elásticos anteriores (ambos con mismo módulo elástico). Luego, para representar al PUAPEM de las prótesis actuales, se considera el mínimo módulo elástico de este polímero encontrado en la bibliografía ( $E_2 = 500$  MPa).

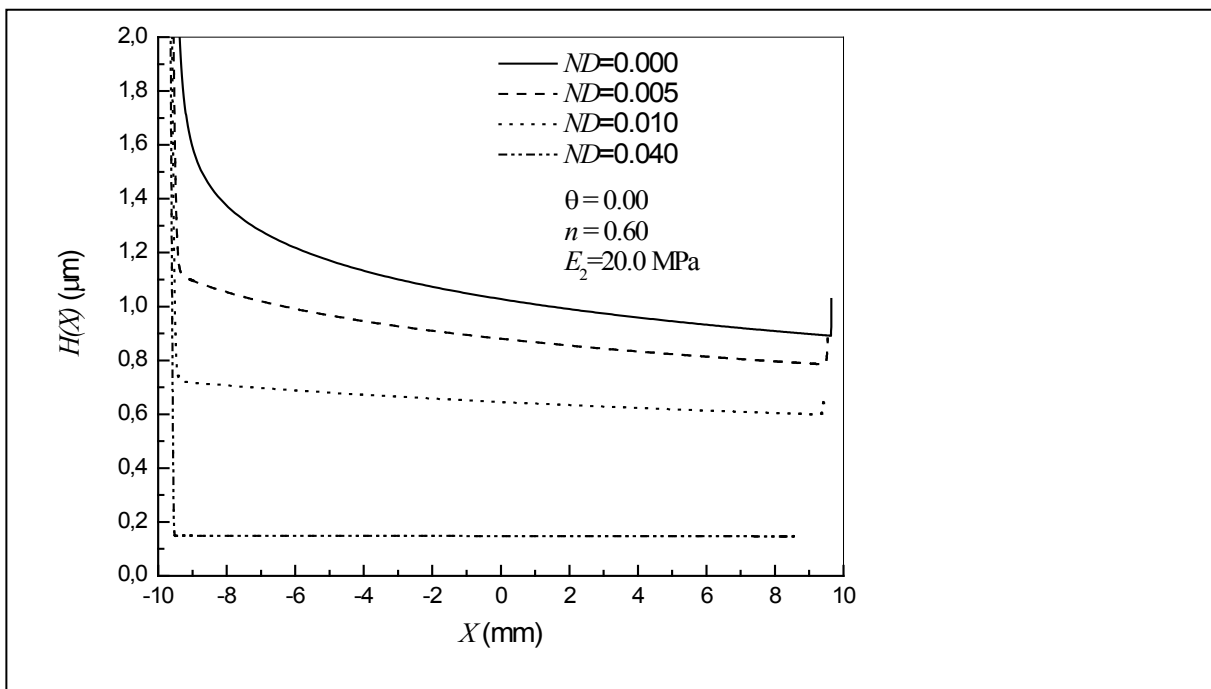
##### 4.1. Comparaciones elástico-viscoelástico: Material con $E_1 \rightarrow \infty$ y $E_2 = 20$ MPa.

La deformación del modelo viscoelástico (Ec. (6)) está íntimamente relacionada con el gradiente de presiones del fluido, ya que para un punto sobre el material dicho gradiente se traduce en la velocidad de aplicación de la carga puntual conforme se desarrolla el movimiento de la articulación. Si obtenemos el gradiente de presiones de la figura 2 para el modelo elástico (Ec. (6)) para  $ND=0.00$  con  $E_{eq} = 20.0$  MPa, podemos ver que el inicio y el fin del canal son los puntos donde el gradiente alcanza los valores más elevados (en valor absoluto). La diferencia entre estos puntos es que a la entrada ( $X \approx -10$  mm), el gradiente es positivo indicando que el material estaría sujeto a una abrupta compresión y es la ubicación donde el fenómeno de lubricación tiene su inicio, mientras que a la salida ( $X \approx 10$  mm) el gradiente es negativo, significando que el material experimenta la descompresión y es el lugar donde finaliza la zona de lubricación. De este análisis para el caso elástico, se puede inferir que dichas zonas (entrada

y salida del canal) serán las más comprometidas para la deformación del material viscoelástico ya que son los puntos donde el efecto viscoso del sólido tendrá mayor actuación dependiendo del valor del parámetro  $ND$ .



**FIGURA 2.** Gradiente de presiones superpuesto a la distribución de presiones correspondiente a un material elástico de módulo  $E=20.0$  MPa.



**FIGURA 3.** Espesor del canal de lubricación para un material con módulo  $E_2=20.0$  MPa, variando el parámetro viscoelástico  $ND$ .



Los efectos sobre el material predichos al analizar la figura 2, se reflejan en los canales de lubricación mostrados en la figura 3. El aumento en la viscosidad del material ( $ND$  en este caso) disminuye su capacidad de deformarse instantáneamente ante la aplicación de una tensión, retardando la deformación en la compresión y la recuperación en la descompresión. De esta manera, a la entrada del canal de lubricación, el espesor disminuye respecto al caso elástico y luego, hacia la desembocadura del canal, el material retorna más lentamente a su estado original, dando como resultado canales más planos y estrechos a medida que aumenta  $ND$ . De esta manera, el efecto benéfico que confiere la baja rigidez de un material elástico ( $ND=0.00$ ) sobre el espesor del lubricante (espesor mínimo:  $H_{min} = 0.90 \mu\text{m}$ ), puede revertirse si el material utilizado responde al modelo viscoelástico de Voigt con elevados valores de viscosidad. Por ejemplo, para  $ND = 0.04$  el espesor mínimo de la película lubricante es  $H_{min} = 0.15 \mu\text{m}$  (ver figura 3), valor inferior a la suma de las rugosidades superficiales de los materiales, para lo cual no puede asegurarse una lubricación de película de fluido completa.

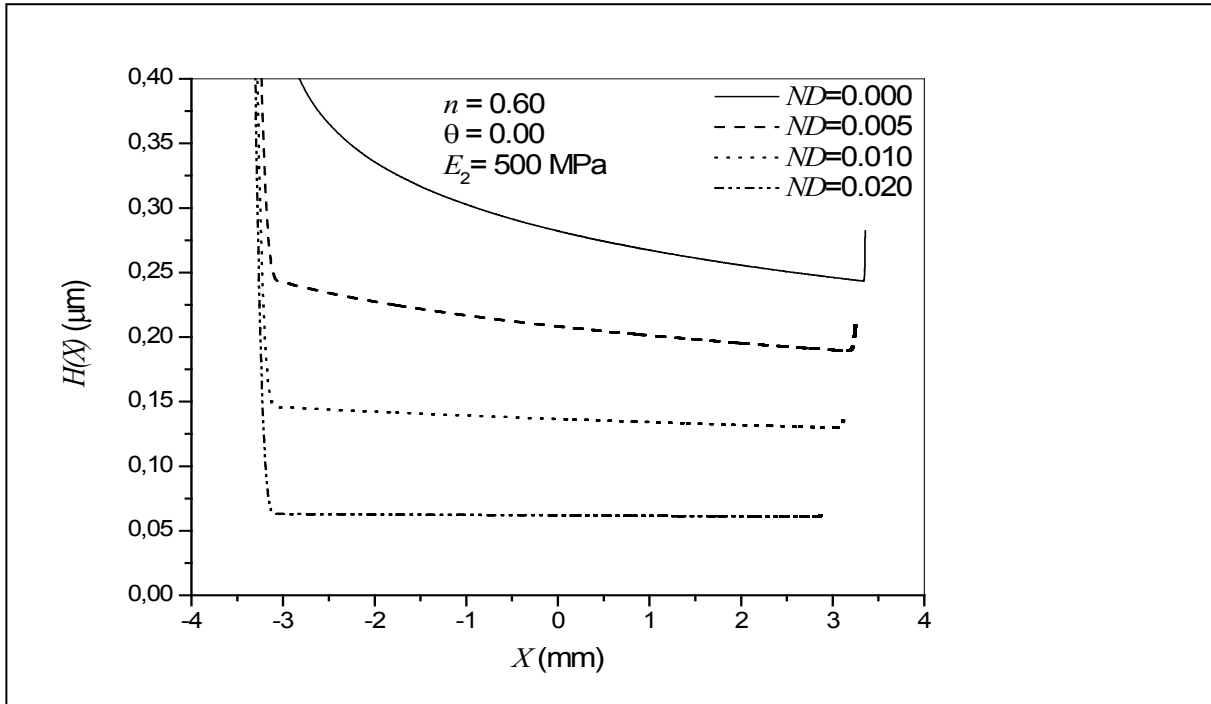
#### 4.2. Comparaciones elástico-viscoelástico: Material con $E_1 \rightarrow \infty$ y $E_2=500 \text{ MPa}$ .

La figura 5 muestra la evolución del canal de lubricación conforme aumenta el parámetro  $ND$ . El rango de variación de  $ND$  para este caso ha sido menor que para el material con  $E_2=20.0 \text{ MPa}$  ya ante espesores del canal de lubricación mucho más pequeños que los reportados en la sección 4.1, se dificulta la obtención de resultados por falta de convergencia del programa.

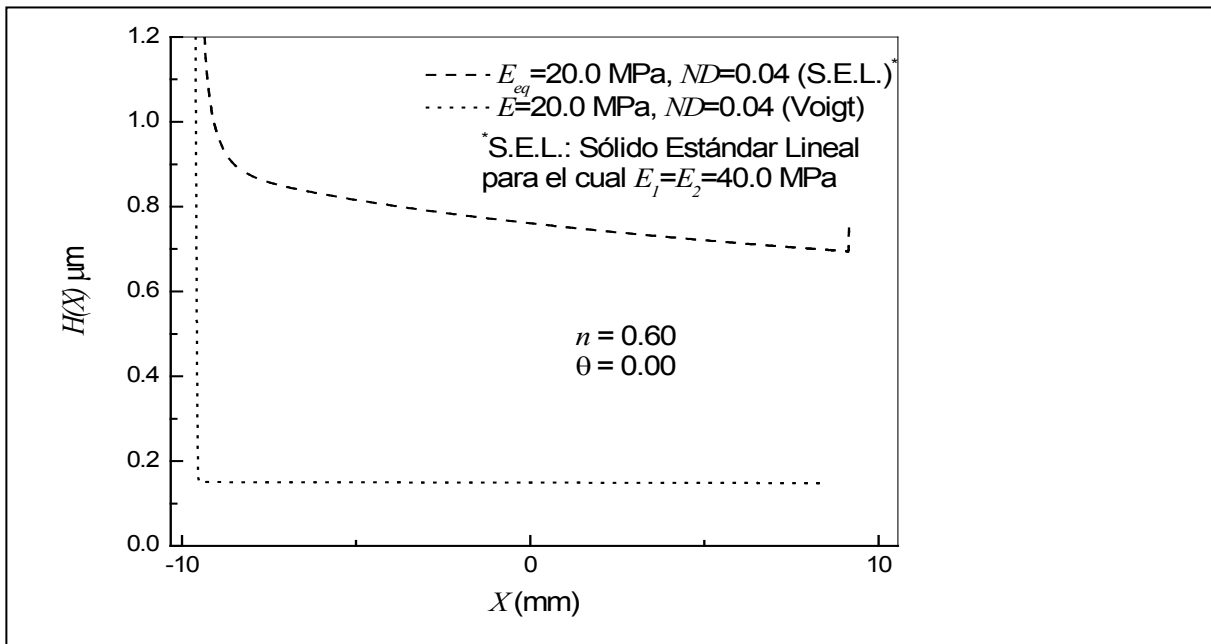
La tendencia en los canales de la figura 5 muestra que para un material viscoelástico de Voigt con un módulo de Young  $E_2=500 \text{ MPa}$ , los canales presentan modificaciones que elevan la posibilidad de contacto sólido-sólido ante aumentos de  $ND$  respecto de su equivalente elástico, generando por ejemplo canales con espesores del orden de los  $0.06 \mu\text{m}$  para  $ND=0.02$ . Evidentemente, la hipótesis de lubricación por película completa que da sustento al modelo, no puede asegurarse para este caso al arrojar valores de canal que se acercan al tamaño de las asperezas del metal. Este resultado indicaría que un material viscoelástico de Voigt de elevada rigidez con una viscosidad elevada, no podría generar condiciones de lubricación de película completa de fluido. Este podría ser el caso del PUAPEM, para el cual es necesario encontrar alternativas de diseño o su reemplazo mediante nuevos materiales que alejen la posibilidad de un desgaste abrasivo.

#### 4.3. Sólido Estándar Lineal (SEL) de baja rigidez. Material con $E_{eq}=20.0 \text{ MPa}$ .

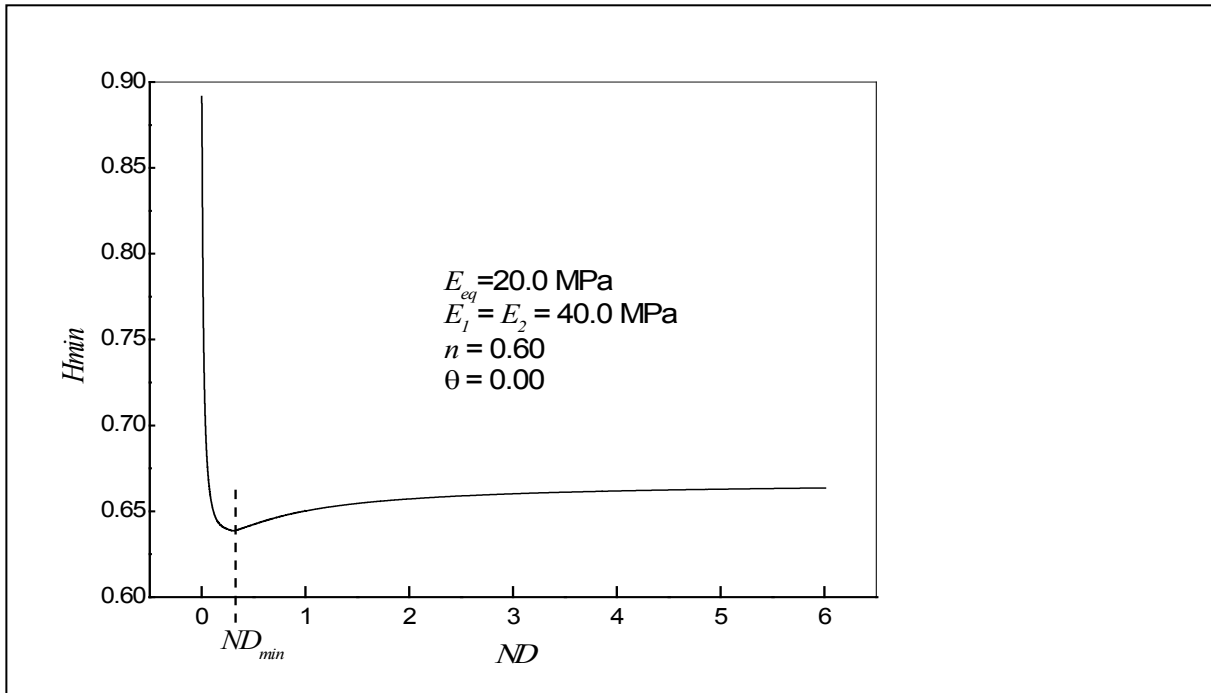
Para el sólido estándar lineal, la diferencia con el modelo VG radica en que el resorte en serie con el elemento de Voigt aportará una deformación elástica que depende solo del valor puntual de la presión y no de su gradiente. Por este motivo, si  $E_1$  tiene un módulo elástico bajo, la deformación elástica a la entrada y salida del canal atenuará los efectos de la viscosidad del material respecto a los resultados obtenidos con el modelo de VG. Esto puede observarse en la figura 7, en la cual se comparan los canales de lubricación dos materiales viscoelásticos con  $ND=0.04$  que responden a un modelo VG con  $E_2=20 \text{ MPa}$  y un modelo SEL con  $E_{eq}=20 \text{ MPa}$  (para este último,  $E_1=E_2=40 \text{ MPa}$ ). Puede notarse una marcada diferencia entre los valores de los canales obtenidos para el modelo VG y para el modelo SEL. Mientras que para el primero hemos visto que el canal de lubricación adquiere espesores menores a la suma de las rugosidades, el segundo (modelo SEL) muestra un espesor mayor a  $0.69 \mu\text{m}$ , sugiriendo que para los valores de los parámetros seleccionados, el modelo SEL puede favorecer un régimen de lubricación de película completa. Incluso, al observar los valores de mínimo espesor del lubricante ( $H_{min}$ ) en función del parámetro  $ND$  en la figura 8, el valor más pequeño de  $H_{min}$  es mayor a  $0.64 \mu\text{m}$ , indicando que independientemente de su viscosidad, si bien los resultados de este modelo dependerán de la elección de los parámetros  $E_1$  y  $E_2$  (Berli, 2010), se presentan alternativas de este tipo de materiales que pueden lograr un régimen de lubricación de película completa. Existen ciertos hidrogeles en actual estudio cuyo comportamiento podría ajustarse a estas predicciones, constituyéndose como materiales promisorios para reemplazar al PUAPEM.



**FIGURA 5.** Canales de lubricación para un material viscoelástico de módulo  $E_2 = 500$  MPa y cuatro valores de  $ND$ .

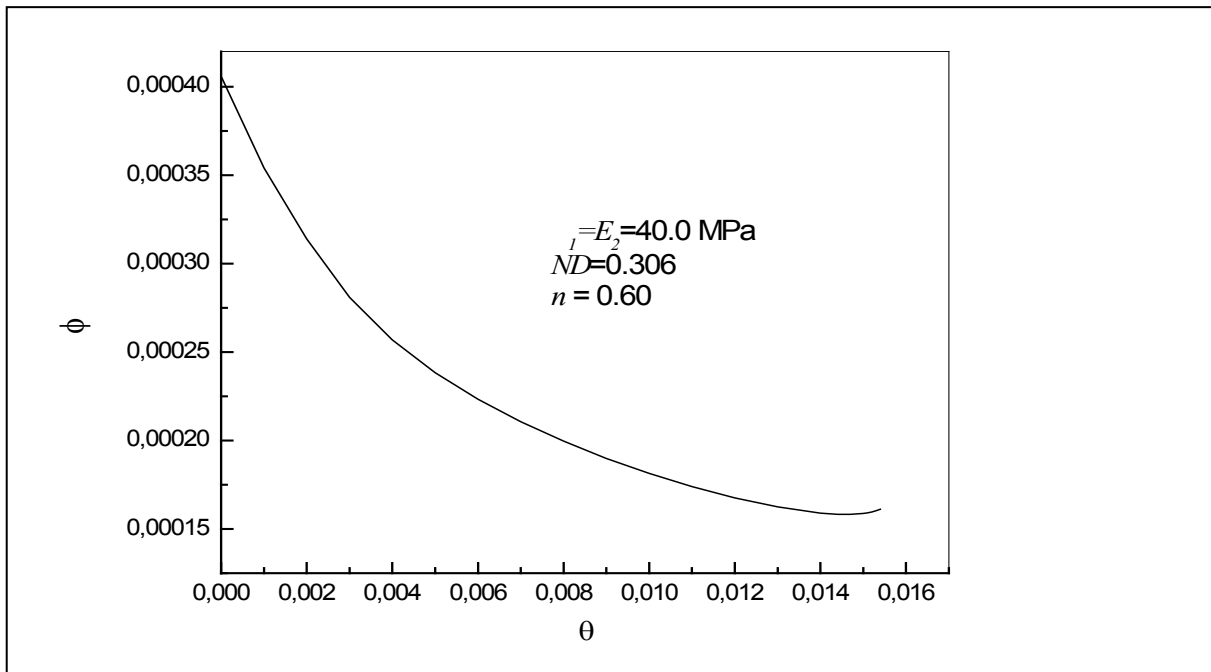


**FIGURA 7.** Espesores del canal de lubricación para materiales viscoelásticos de VG ( $E = 20.0$  MPa y  $ND = 0.04$ .) y SEL ( $E_{eq} = 20.0$  MPa y  $ND = 0.04$ ).

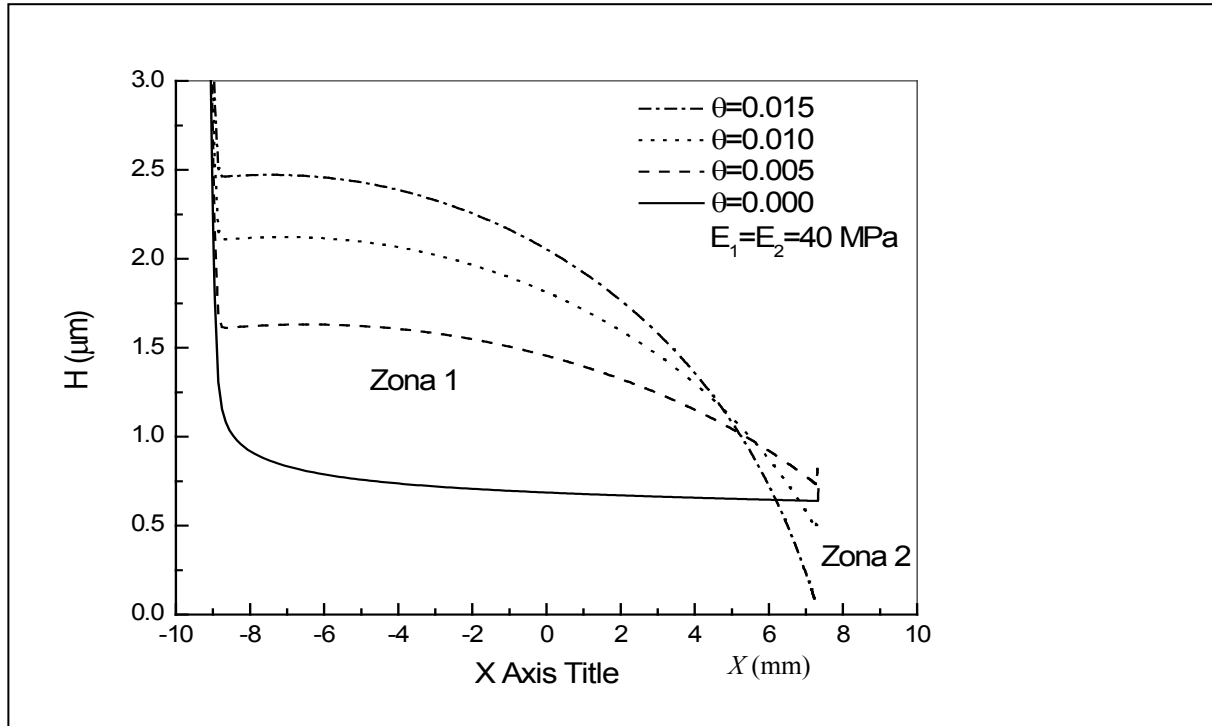


**FIGURA 8.** Mínimo espesor del lubricante ( $H_{min}$ ) en función del parámetro  $ND$  para un material SEL cuyos valores elásticos se muestran en la figura.

**4.4. Materiales porosos. Casos de SEL con  $E_{eq} = 20 \text{ Mpa}$  y VG con  $E_2 = 500 \text{ Mpa}$ .**

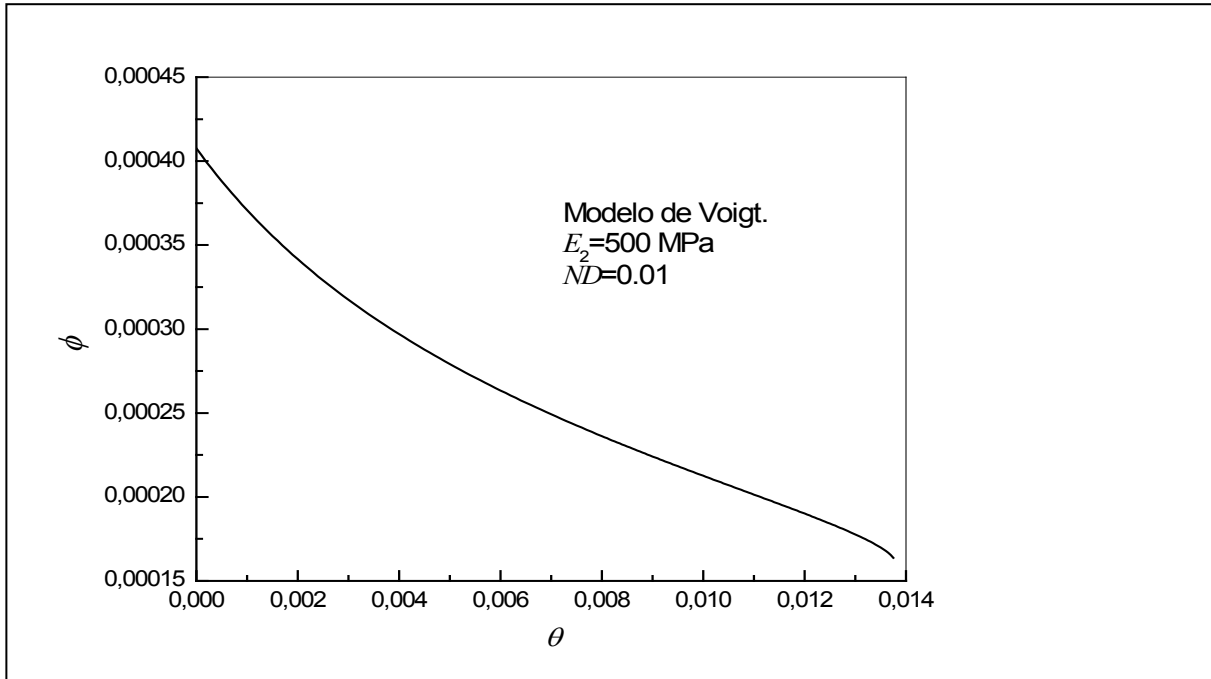


**FIGURA 9.** Coeficiente de fricción  $f$  en función del coeficiente de exudación  $q$ , para un material SEL con módulo  $E_{eq} = 20.0 \text{ MPa}$  y  $ND = 3.06 \times 10^{-1}$ .



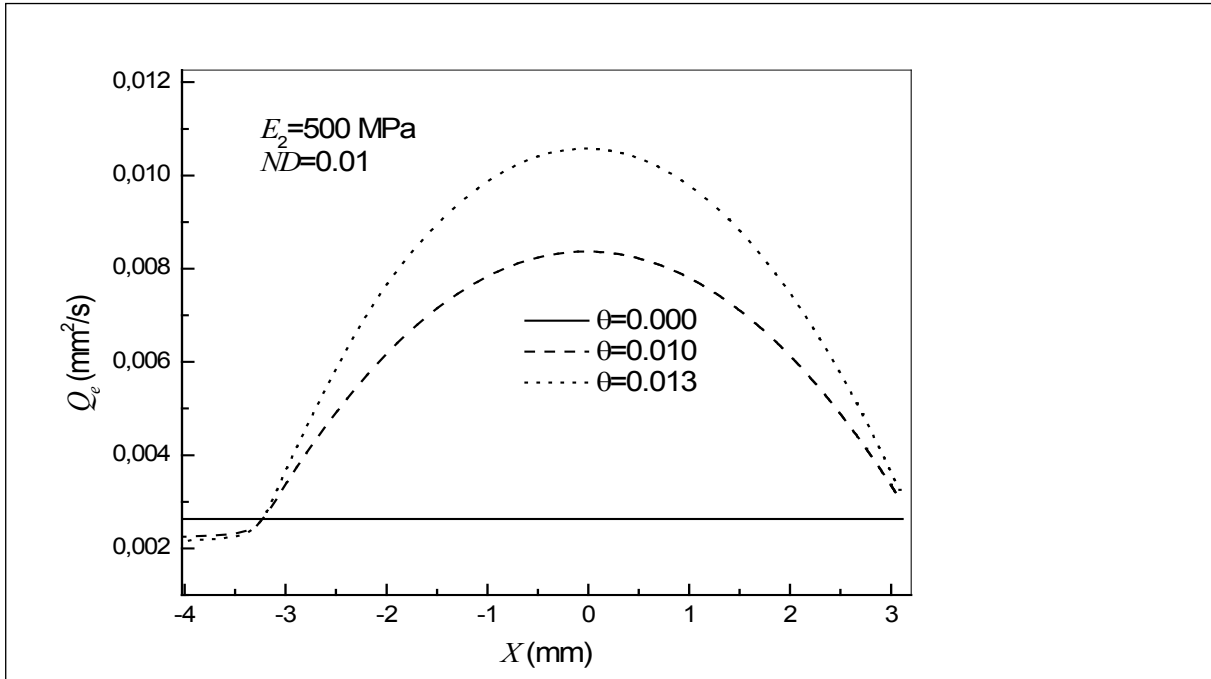
**FIGURA 10.** Canal de lubricación para distintos valores del coeficiente de exudación  $q$ , para un material viscoelástico SEL con módulo  $E_{eq}=20.0$  MPa y  $ND=3.06 \times 10^{-1}$ .

La figura 9 muestra la evolución del coeficiente de fricción conforme el coeficiente de exudación crece para el material viscoelástico SEL del inciso 4.3, con un valor de  $ND=3.06 \times 10^{-1}$  (valor para el cual  $H=H_{min}$ ). El coeficiente de fricción hidrodinámico ( $\phi$ ) disminuye con el aumento de  $q$  hasta un valor  $\theta_{min}$  más allá del cual  $\phi$  comienza a crecer. Estas tendencias indicarían que la capacidad de exudación de este material genera beneficios solamente en un rango acotado de  $\theta$ . En la zona  $0 < \theta < \theta_{min}$ , el coeficiente de fricción disminuye debido principalmente a que el espesor lubricante debe crecer en la mayor parte de la extensión del canal para alojar el caudal adicional de fluido, como muestra la figura 10. Por ejemplo, para un valor  $\theta = 0.005$ , el canal de lubricación experimenta un crecimiento en toda la zona de lubricación, con una elevación en el centro del contacto de un 70 % respecto del canal obtenido para  $\theta = 0.00$  y con una reducción del coeficiente de fricción del 40 %. No obstante, para un valor  $\theta > \theta_{min}$ , por ejemplo  $\theta = 0.015$ , el canal experimenta un aumento del 100 % promediado en el 90 % de su extensión (zona 1), pero se reduce en más de un 80 % en el otro 10 % de dicha extensión (zona 2), pudiendo el estrechamiento del canal en esta última zona ser la causa de que el coeficiente de fricción comience a crecer.

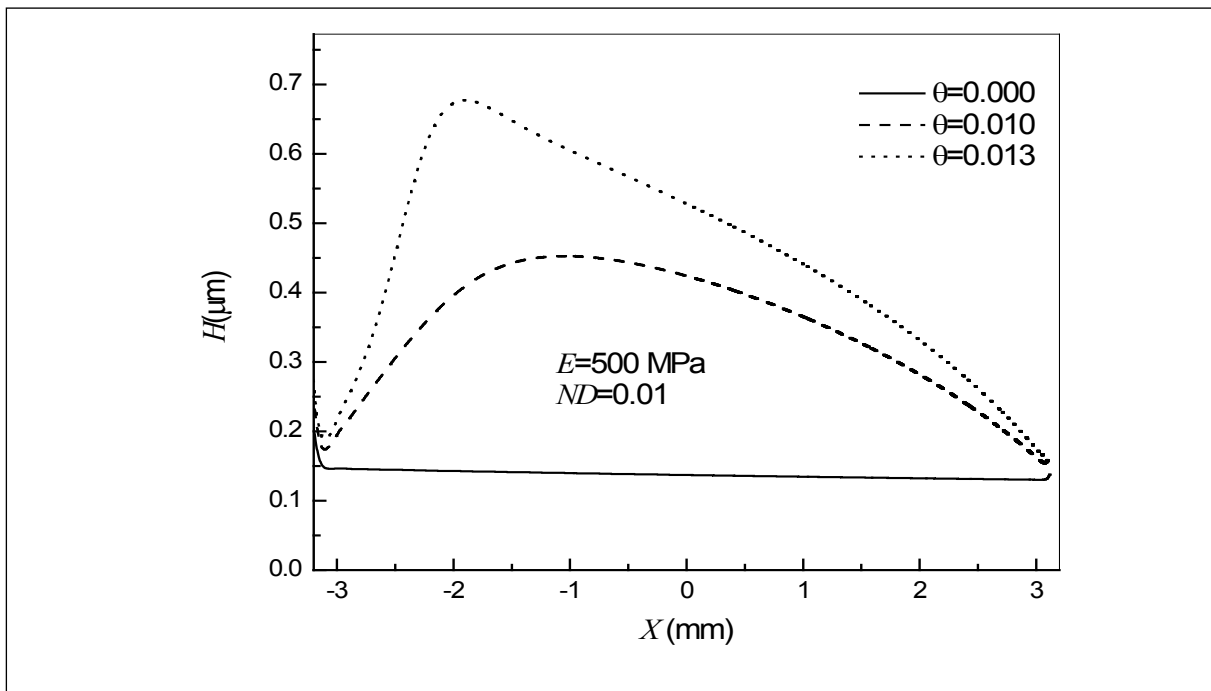


**FIGURA 11.** Coeficiente de fricción  $\phi$  en función del coeficiente de exudación  $\theta$ , para un material VG con módulo  $E_2=500$  MPa y  $ND=0.01$ .

Por otro lado, La figura 11 muestra la evolución del coeficiente de fricción conforme crece el parámetro de exudación  $\theta$  para un material VG de módulo  $E_2=500$  MPa, con  $ND=0.01$  (último valor para el cual el programa no experimenta problemas de convergencia). En todo el rango explorado de  $\theta$ , el coeficiente de fricción disminuye aproximadamente un 60 %. Como se observa en la figura 12, esta disminución es acompañada de un crecimiento del caudal circulante respecto al material sin esta capacidad a través del aporte de líquido contenido en su estructura, observando además que el material con capacidad de exudación requiere de un menor aporte de fluido externo al contacto para lubricar a la junta (autolubricación). Al igual que para el caso anterior (SEL), existe un crecimiento en el canal que deviene del proceso de exudación tal que el espesor lubricante puede adquirir a valores que superen la suma de las rugosidades superficiales en la mayor parte de la extensión del canal (ver figura 13). Estos resultados indican que si bien un material viscoelástico tipo SEL de baja rigidez podría generar condiciones de lubricación más propicias, la inclusión de una estructura con la capacidad de exudación en el PUAPEM, podría reducir la posibilidad de contacto directo y por lo tanto de abrasión, pudiendo lograr un implante actual mas eficiente con un mínimo de modificaciones.



**FIGURA 12.** Caudal circulante por el canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación. Notar la reducción en el caudal de entrada ( $X=-4$ mm) para los casos de material con capacidad de exudación respecto del material sin esta capacidad.



**FIGURA 13.** Espesor del canal de lubricación para distintos valores del factor de exudación

## 5. Conclusiones

En este trabajo se resolvió numéricamente un modelo de lubricación visco-elastohidrodinámico de contacto lineal aplicado a prótesis de rodilla. Las principales conclusiones extraídas de los resultados son las siguientes:

- La viscoelasticidad del material influye en forma negativa sobre los canales de lubricación. Esto se manifiesta principalmente en el caso de un material VG, para el cual ante ciertos valores de su viscosidad los canales se reducen hasta valores que indicarían un contacto directo.

- Para los valores en los parámetros que caracterizan al modelo SEL utilizado en este trabajo, se concluye que un material que responda a este modelo (con posible aplicación a ciertos hidrogeles) puede mantener un film lubricante superior a la suma de las rugosidades, independientemente del valor de su viscosidad.

- Un polímero viscoelástico como el PUAPEM actual, podría mejorar la lubricación de la junta mediante la inclusión de cierta capacidad de exudación en su estructura. Esta capacidad influiría sobre los canales elevando su espesor a valores que podrían evitar el contacto. Para el modelo SEL, los resultados indican que estas afirmaciones deberían restringirse a un rango acotado del parámetro de exudación.

Estos resultados pueden ser útiles como herramienta predictiva para dirigir el diseño de posibles modificaciones en el material del componente tibial actual o de nuevos materiales en desarrollo.

## Referencias bibliográficas

- BERLI M. E., CAMPANA D. M., UBAL S. and DI PAOLO J., «*Lubrication model of a knee prosthesis, with non Newtonian fluid and porous rough material*». *Latin American Applied Research*, 39 (2): p.105 -111, 2009.
- BERLI M. E., «Estudio Numérico de un modelo visco-elastohidrodinámico aplicado a prótesis de rodilla». Tesis de Maestría. Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral. 2010.
- BRANDI C. and TARUM G., Knee implants – Review of models and biomechanics. *Materials and Design*. Elsevier, 30 (2): p.398 - 413, 2009.
- BURGESS I. C., KOLAR M., CUNNINGHAM J. L. AND DUMBLETON J. H., Development of six-station knee wear simulator and preliminary wear results. *Proc Instn Mech. Engrs. Journal Engineering in Medicine*, 211 (H1): p.37 - 47, 1997.
- CHRISTENSEN R. M., «*Theory of viscoelasticity. An introduction*». *Academic Press, Inc, 1977*.
- COMÍN M., ¿Cómo aumentar la vida media de las prótesis de rodilla?. *Implantes*. Instituto de Biomecánica de Valencia, 2: p.35 - 45, 1999.
- CORVALÁN C. M., DI PAOLO J. and SAITA F. A., Elastohydrodynamic of porous substrates. Application to synovial joint analysis. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 2: p.309 - 320, 1999.
- DESJARDINS J., AURORA A., TANNER S. L., PACE T. B., ACAMPORA K. B. and LABERGE M., Increased total knee arthroplasty ultra-high molecular weight polyethylene wear using a clinically relevant hyaluronic acid simulator lubricant. *Proc. IMechE. Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 220 (5): p. 609 - 623, 2006.
- DI PAOLO J. and BERLI M., Numerical analysis of the effects of material parameters on the lubrication mechanism for knee prosthesis. *Computer methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Taylor & Francis, 9 (2): p.79 - 89, 2006.
- DOWSON D., «*Bio-Tribology of natural and replacement synovial joints*». *Mow V. C., Ratcliffe A. and Woo S. L. Y. Biomechanics of Diarthrodial Joints. Volume II. Chapter 29: p.305 - 345, (1990)*.

- DOWSON D. And JIN Z. M., Microelastohydrodynamic lubrication of low-elastic-modulus solid on rigid substrates. *Journal of Physics. D: Appl. Physiology*, 25: p.A116 - A123, 1992.
- DOWSON D., Bio-Tribology of natural and replacement synovial joints. Mow V. C., Ratckiffe A. and Woo S. L. Y. *Biomechanics of Diarthrodial Joints*. Vol. II. Chapter 29: p.305 - 345, 1990.
- FLANNERYA M., JONESB E. and BIRKINSHAWA C., Analysis of wear and friction of total knee replacements part II: Friction and lubrication as a function of wear. *Wear*. Elsevier, 265 (7): p.1009 -1016, 2008.
- HALAVÁČEK M., The role of synovial fluid filtration by cartilage in lubrication of synovial joints- I Mixture model of synovial fluid, *J Biomechanics*, 26, N° 10, 1145-1150. 1993b.
- KURTZ S. M., MURATOGLU O. K., EVANS M. And EDIDIN A. A., Advances in the processing, sterilization and crosslinking of ultra-high molecular weight polyethylene for total joint arthroplasty. *Biomaterials*. Elsevier, 20 (18): p.1659 -1688, 1999.
- MAZZUCCO D., MCKINLE G., SCOTT R. and SPECTOR M., Rheology of the joint fluid in total knee arthroplasty patients. *Journal of Orthopedic Research*. Wiley, 20: p.1157 - 1163, 2002.
- PAPPAS M. J., MAKRIS G., and BUECHEL F. F., Evaluation of contact stress in metal-plastic total knee replacement. *Biomat. and Clinical App*. Advances in Biomaterials. Elsevier, 7: p.259 - 264, 1987.
- SCHOLE S. C., UNSWORTH A. and JONES E., Polyurethane unicondylar knee prostheses: simulator wear tests and lubrication studies. *Physics in Medicine and Biology*. Institute of Physics Publishing, 52 (1): p.197 - 212, 2007.
- STAMMEN J. A., WILLIAMS S., KU D. N. and GULDBERG R. E., Mechanical properties of a novel PVA hydrogel in shear and unconfined compression. *Biomaterials*. Elsevier. 22: p.799 – 806, 2001.
- WANG S.H. and ZHANG H.H., Combined effects of thermal and non-Newtonian character of lubricant on pressure, film profile, temperature rise, and shear stress in E.H.L., *Journal of Tribology*, N° 109, 666-670. 1987.
- YAO J. Q., LAURENT M. P., JOHNSON T. S., BLANCHARD R. and CROWNINSHIELD R. D., The influences of lubricant and material on polymer/CoCr sliding friction. *Wear*. Elsevier, 255: p.780-784, 2003.
- ZHAO D., SAKODA H., SAWYER W. G., BANKS S. A. and FREGLY B. J., Predicting knee replacement damage in a simulator machine using a computational model with a consistent wear factor. *Journal of Biomechanical Engineering*. ASME, 130 (1): p.1 -10, 2008.